

# Je to padělek?

*Petr Beremlijski*

*Katedra aplikovaná matematiky*

*Fakulta elektrotechniky a informatiky*

*Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava*

## Obsah

- **Trochu historie na úvod**
- **Počáteční úlohy a jak je snadno numericky vyřešit**
- **Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?**

## Trochu historie na úvod

- **Několik zásadních historických dat na úvod:**
  - 31. 10. 1632 - narozen nizozemský barokní malíř Jan Vermeer van Delft
  - 15. 12. 1675 - zemřel nizozemský barokní malíř Jan Vermeer van Delft

## Trochu historie na úvod



Jan Vermeer van Delft (namaloval řadu významných maleb, řada z nich se ale ztratila)

## Trochu historie na úvod



Dívka s perlou (1665) – Národní muzeum v Haagu

## Trochu historie na úvod



Emauzští učedníci – Museum Boijmans Van Beuningen, Rotterdam

## Trochu historie na úvod



Krajčárka (1669/1670) – Louvre, Paříž

## Trochu historie na úvod



Dívka studující partituru – Rijksmuseum, Amsterdam

## Trochu historie na úvod



Voják a smějící se děvče (1658) – Frick Collection, New York

## Trochu historie na úvod

- **Několik zásadních historických dat na úvod:**
  - 10. 10. 1889 - narozen nizozemský malíř Han van Meegeren
  - 30. 12. 1947 - zemřel nizozemský malíř Han van Meegeren

## Trochu historie na úvod



Han van Meegeren

## Trochu historie na úvod

- **Několik zásadních historických dat na úvod:**
  - 1967 – pravost některých „Vermeerových“ obrazů byla zkoumána na Carnegie Mellon University (Pittsburgh, USA)

## Trochu historie na úvod



Carnegie Mellon University (Pittsburgh, USA)

## Počáteční úlohy a jak je snadno numericky vyřešit

- **Obyčejnou diferenciální rovnicí 1. řádu** rozumíme rovnici tvaru

$$y'(t) = f(t, y(t)),$$

kde  $f: R^2 \rightarrow R$  je zadaná funkce a  $y$  je hledaná funkce.

- **Řešením této rovnice na otevřeném intervalu  $(a, b)$ ,  $a < b$**  rozumíme každou funkci

$$\bar{y}: (a, b) \rightarrow R$$

takovou, že pro všechna  $t \in (a, b)$  platí

$$\bar{y}'(t) = f(t, \bar{y}(t)).$$

## Počáteční úlohy a jak je snadno numericky vyřešit

- Úlohu, která se skládá z hledání řešení obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu, které má navíc splňovat tzv. počáteční podmínku  $y(t_0) = y_0$ , nazýváme **počáteční nebo Cauchyovou úlohou** a zapisujeme ji takto

$$(PÚ) \quad \begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

## Počáteční úlohy a jak je snadno numericky vyřešit

- Velmi jednoduchý způsob řešení počáteční úlohy nabízí **Eulerova metoda**
- Metoda využívá aproximace derivace funkce  $y$  v bodě  $t$  pomocí tzv. **dopředné difference**  $y$  v tomto bodě

$$y'(t) \approx \frac{y(t+h) - y(t)}{h}$$

kde  $h$  je „malé“ a kladné.

- Po jednoduché úpravě a dosazení z (PÚ) za  $y'(t)$  dostaneme

$$y(t+h) \approx y(t) + hy'(t) = y(t) + hf(t, y(t)).$$

## Počáteční úlohy a jak je snadno numericky vyřešit

- Dále zvolme dostatečně „malé“ pevné  $h > 0$  a sestrojme posloupnost

$$t_0, t_1 := t_0 + h, t_2 := t_0 + 2h, \dots, t_N := t_0 + Nh.$$

Označme pomocí  $y_n$  aproximaci hodnoty přesného řešení  $y(t_n)$ . Po dodání počáteční podmínky dostáváme z předchozího vztahu rekurzivní vztah

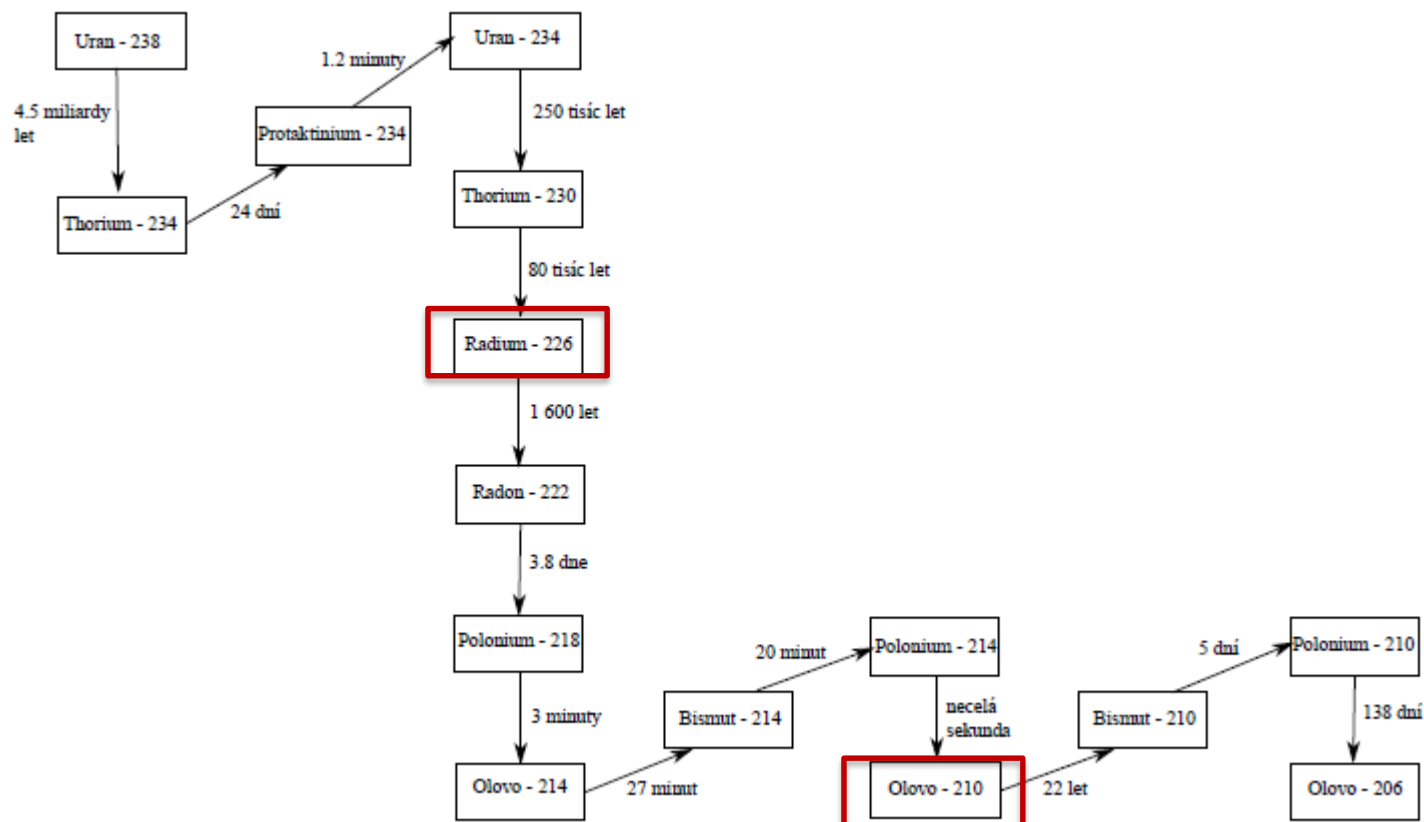
$$\begin{cases} y_0 = y(t_0), \\ y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n), n = 0, 1, \dots, N - 1, \end{cases}$$

který použijeme pro numerické řešení počáteční úlohy.

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?

- **Jak v roce 1967 poznat, které „Vermeerovy“ obrazy jsou pravé a které jsou padělky?**
- Zkoumejme **olovnatou bělobu** používanou na Vermeerových obrazech.
- Barva obsahuje **oxid olovnatý**, který obsahuje malé množství **olova-210** a ještě méně **radia-226**.
- Ve chvíli, kdy je barva obsahující oxid olovnatý vyrobena, začnou se atomy **olova-210** velmi rychle rozpadat **s poločasem rozpadu 22 let** a množství olova-210 v této barvě klesá.
- Naopak vzniká malé množství olova-210 rozpadem radia-226 (a prvků, které následují v rozpadové řadě za ním). **Poločas rozpadu radia-226 je 1600 let.**

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?



Uranová rozpadová řada

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?

- Tento proces můžeme popsat jako **počáteční úlohu**

$$(RR) \quad \begin{cases} N'(t) = -\lambda N(t) + r(t) \\ N(0) = N_0, \end{cases}$$

kde  $N(t)$  je funkce udávající počet atomů olova-210 v čase  $t$  v gramu látky a  $r(t)$  je funkce udávající počet atomů olova-210, které vzniknou v čase  $t$  v gramu oxidu olovnatého za rok (považujeme ji za konstantní).  $\lambda$  je konstanta, která popisuje rychlost rozpadu atomů daného radioaktivního prvku:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\text{poločas rozpadu}}$$

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?

- Dále jsou známy koncentrace radioaktivního olova-210 v rudách, ze kterých se vyrábí oxid olovnatý. **Na Zemi není známo ložisko, které by obsahovalo rudu s koncentrací větší než  $5 \cdot 10^{11}$  atomů olova-210 v gramu rudy.**

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?

- **Je možné, aby obraz Emauzští učedníci byl v roce 1967 starý cca 300 let?**
- V roce 1967 bylo změřeno:

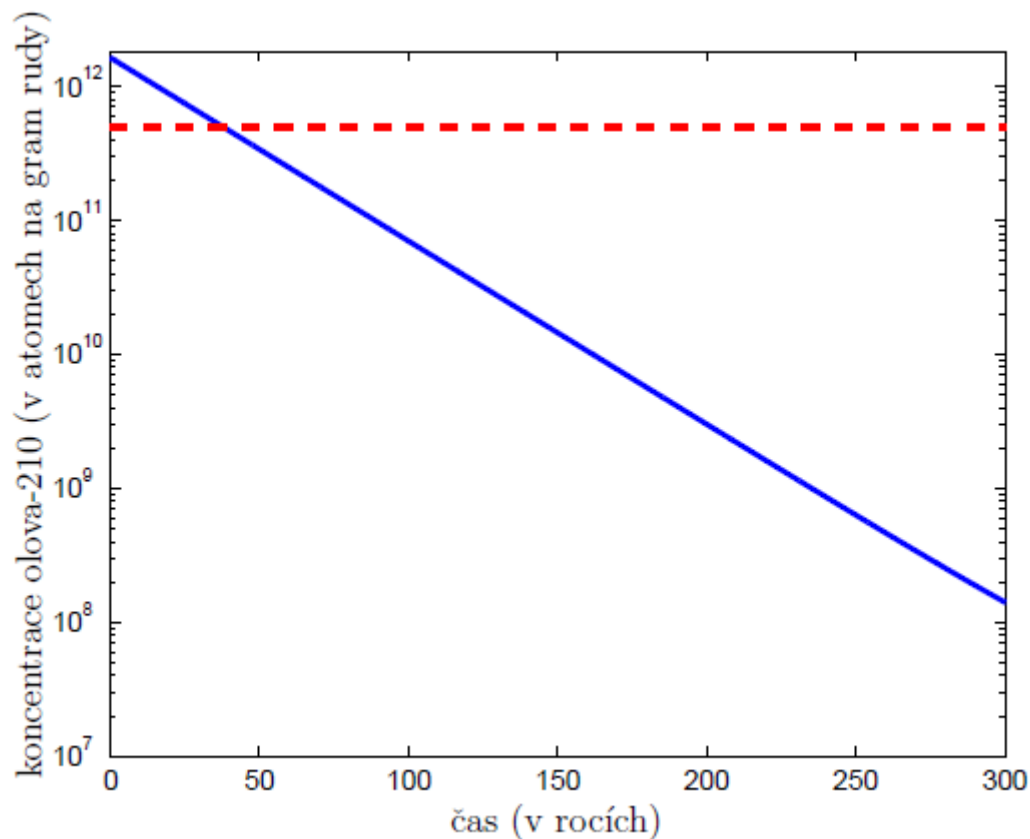
$$N(t = 1967) = 1,42 \cdot 10^8, r = 420480$$

## Trochu historie na úvod



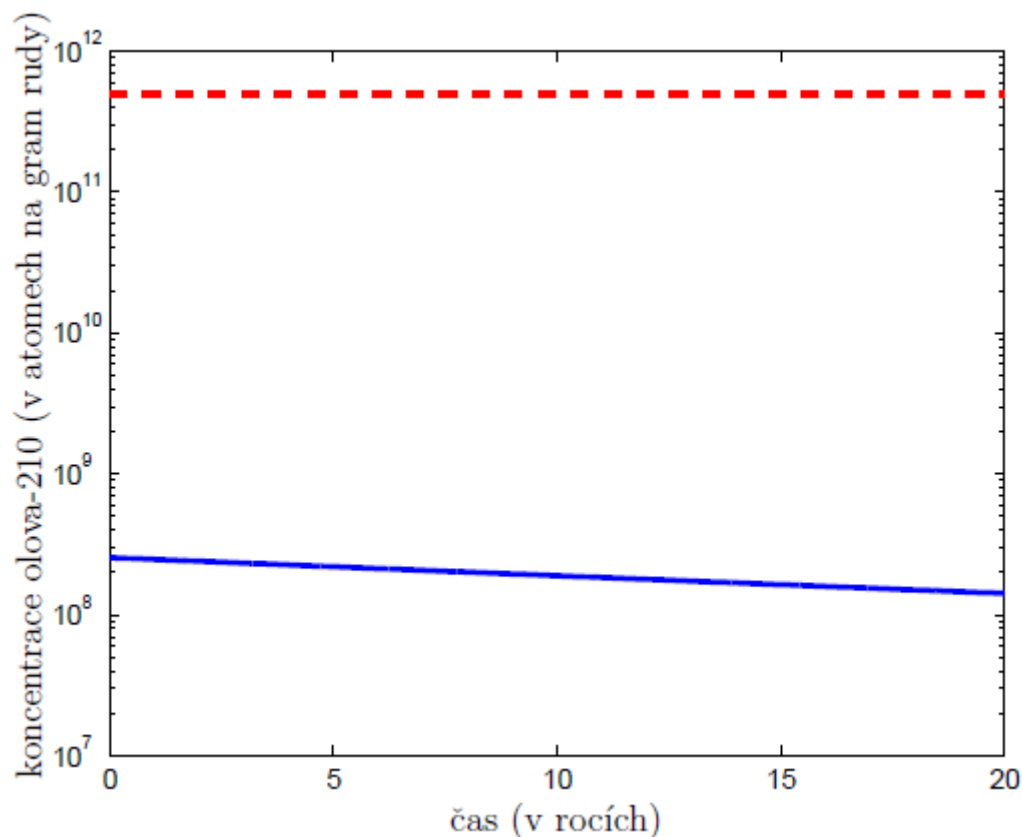
Emauzští učedníci – Museum Boijmans Van Beuningen, Rotterdam

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?



Pokles koncentrace radioaktivního olova-210 v gramu rudy v závislosti na čase v barvě na obrazu **Emauzští učedníci**

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?



Pokles koncentrace radioaktivního olova-210 v gramu rudy v závislosti na čase  
v barvě na obrazu **Emauzští učedníci**

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?

- **Je možné, aby obraz Krajčárka byl v roce 1967 starý cca 300 let?**
- V roce 1967 bylo změřeno:

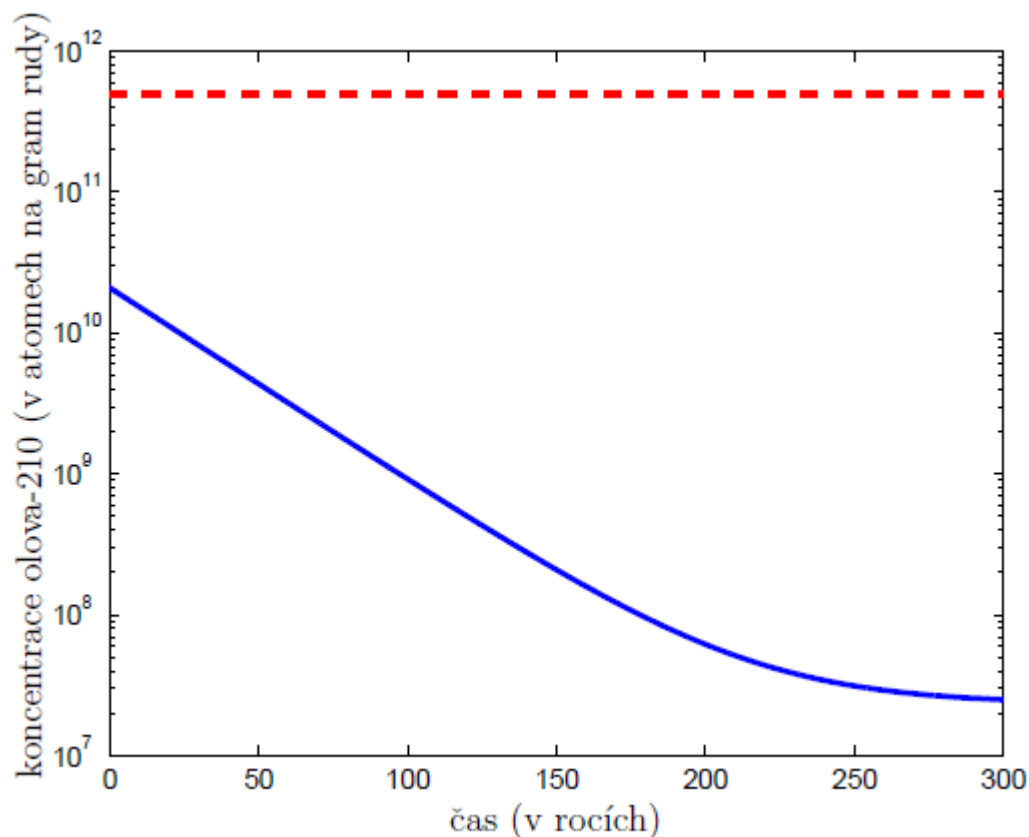
$$N(t = 1967) = 0,25 \cdot 10^8, r = 735840$$

## Trochu historie na úvod



Krajčárka (1669/1670) – Louvre, Paříž

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?



Pokles koncentrace radioaktivního olova-210 v gramu rudy v závislosti na čase  
v barvě na obrazu **Krajčářka**

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?

- **Je možné, aby obraz Dívka studující partituru byl v roce 1967 starý cca 300 let?**
- V roce 1967 bylo změřeno:

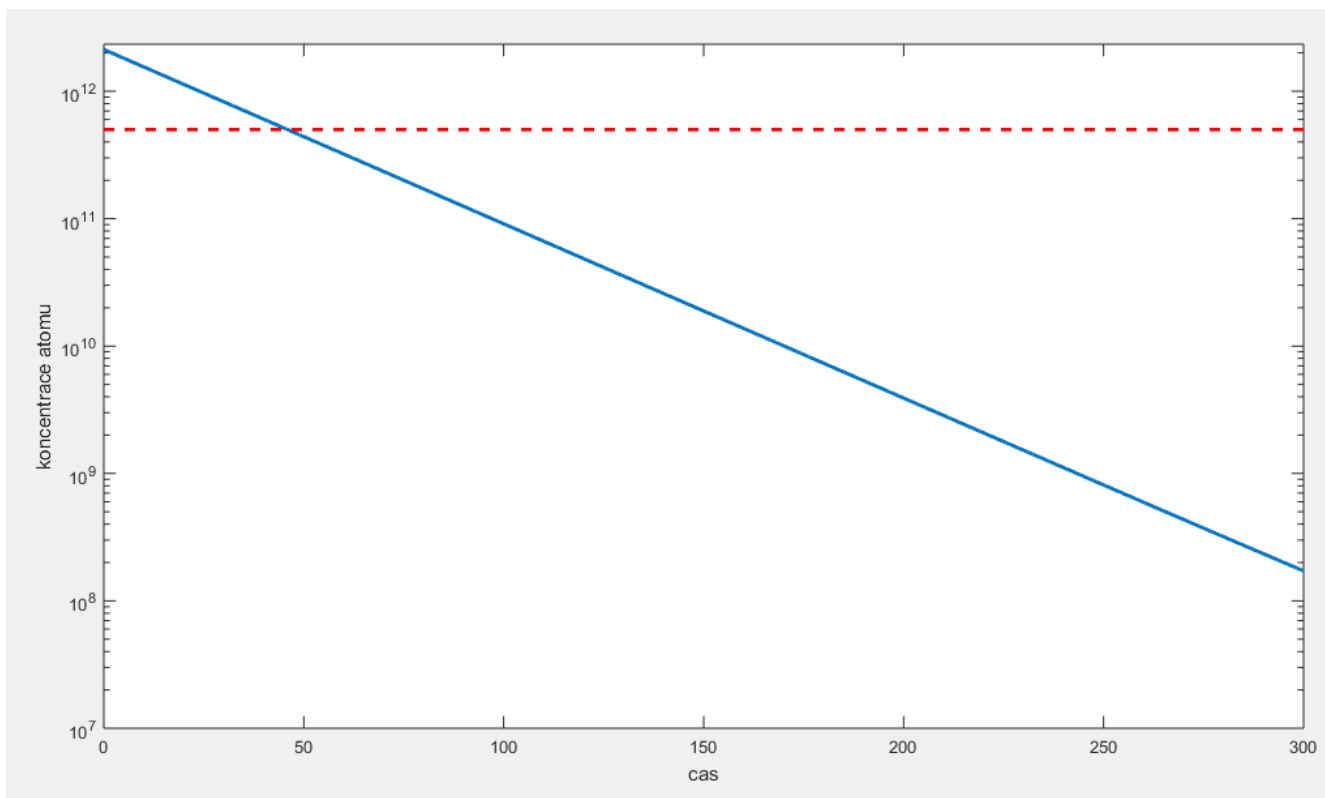
$$N(t = 1967) = 1,72 \cdot 10^8, r = 157680$$

## Trochu historie na úvod



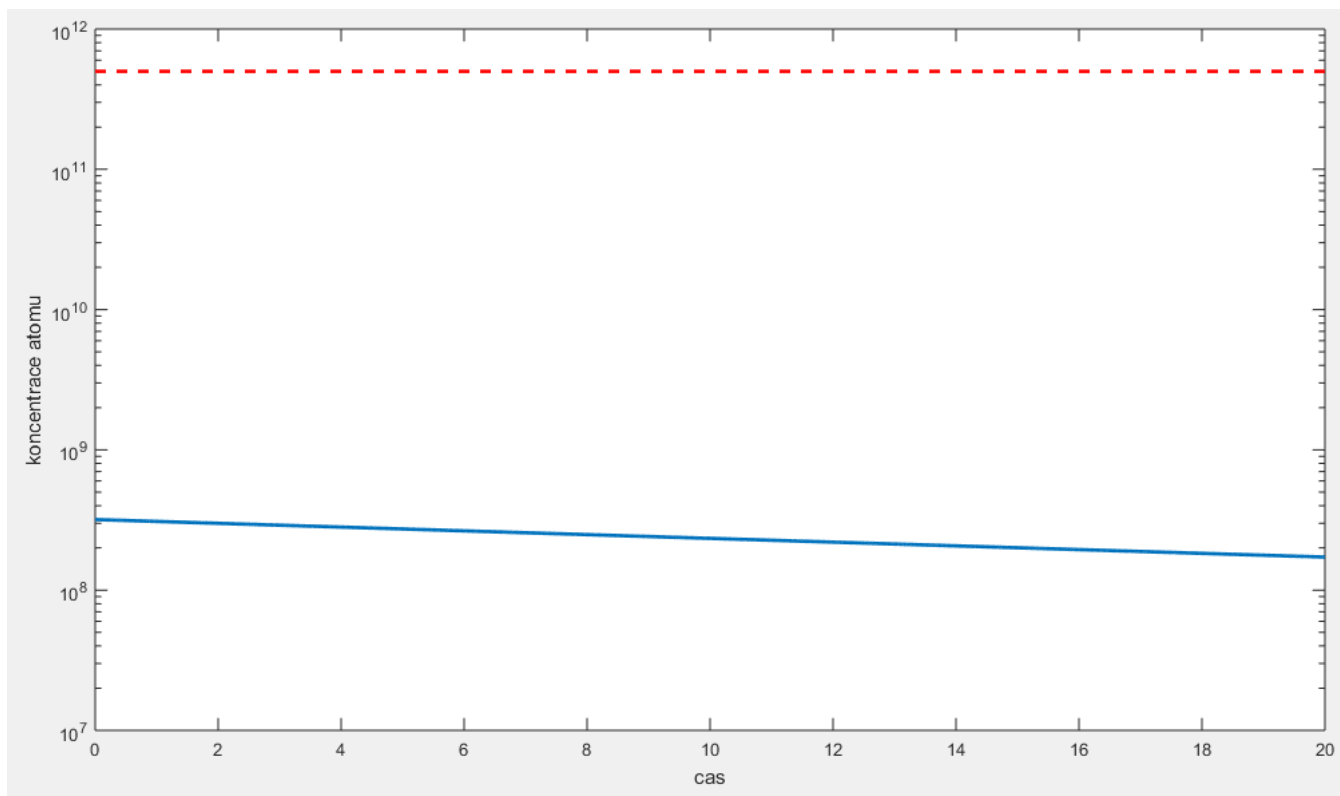
Dívka studující partituru – Rijksmuseum, Amsterdam

## Je Meegeren kolaborant nebo podvodník?



Pokles koncentrace radioaktivního olova-210 v gramu rudy v závislosti na čase  
v barvě na obrazu **Dívka studující partituru**

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?



Pokles koncentrace radioaktivního olova-210 v gramu rudy v závislosti na čase  
v barvě na obrazu **Dívka studující partituru**

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?

- **Je možné, aby obraz Voják a smějící se děvče byl v roce 1967 starý cca 300 let?**
- V roce 1967 bylo změřeno:

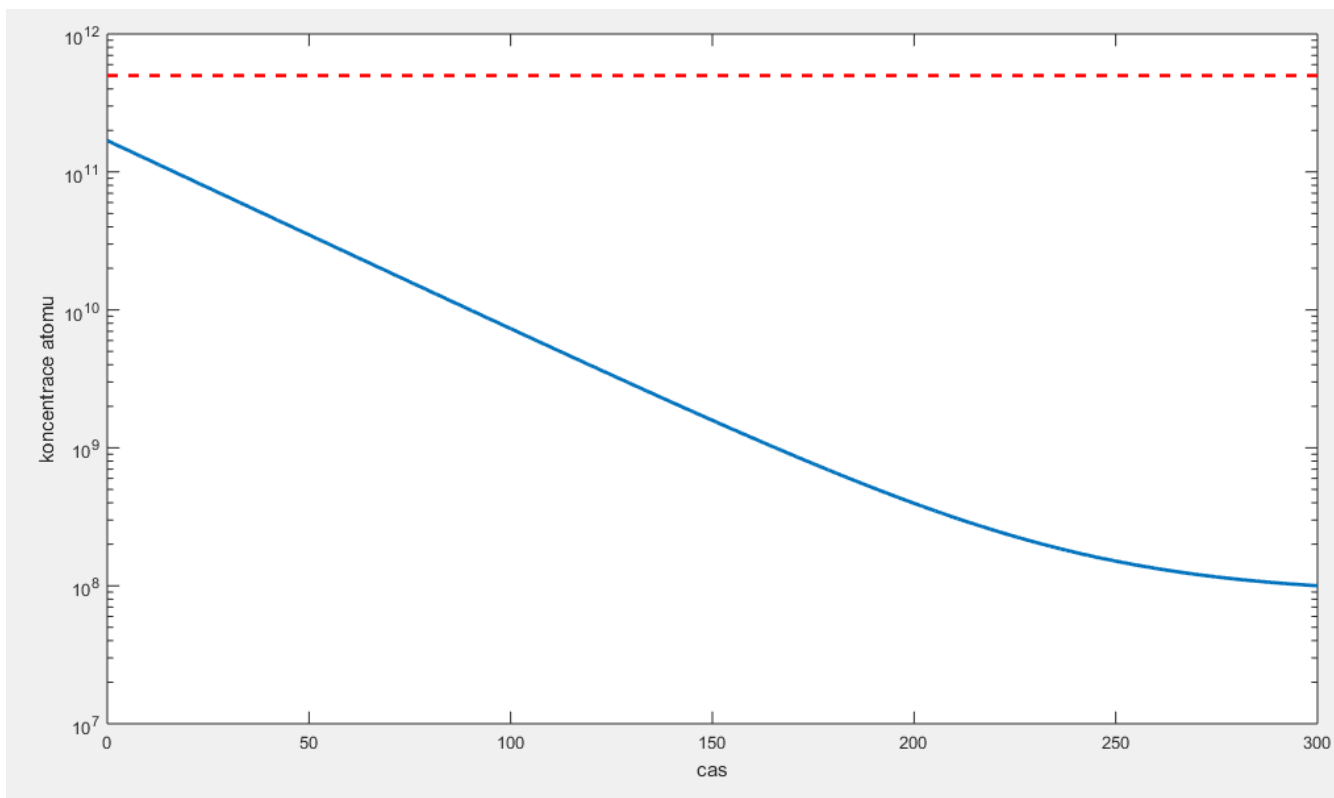
$$N(t = 1967) = 1,00 \cdot 10^8, r = 2733120$$

## Trochu historie na úvod



Voják a smějící se děvče (1658) – Frick Collection, New York

## Je van Meegeren kolaborant nebo podvodník?



Pokles koncentrace radioaktivního olova-210 v gramu rudy v závislosti na čase  
v barvě na obrazu **Voják a smějící se děvče**

## Literatura

- Beremlijski, P., Sadowská, M.: [Aplikační úlohy pro radost](#), Text vytvořený při realizaci projektu Matematika s radostí, VŠB-TU Ostrava (2015).
- M. Braun: Differential Equations and Their Applications. Springer Verlag (1993).
- Krajc, B., Beremlijski, P.: [Obyčejné diferenciální rovnice](#), Text vytvořený při realizaci projektu Matematika pro inženýry 21. století, VŠB-TU Ostrava (2012).

## Literatura

- [Dobrodružství kriminalistiky – díl Paprsek](#), režie A. Moskalyk, scénář A. Moskalyk, P. Moskalyková (1990).
- [Vermeerův padělatel](#), režie: F. Tonolli, P. Pesnot (2017).

**Děkuji za pozornost!**